There is no slide rule in mathematicians' studies.

That is particularly, mathematicians do not calculate logarithm. In the days when there was neither a computer nor a calculator, logarithm calculation was convenient to handle large numbers. Consider the common logarithm $\log_{10}N$. Computing common logarithms mathematically, $\log_{10} 2 = 0.3010299956639812....$ In the world of engineering, they often use this $\log_{10} 2 \approx 0.3$. For instance, $\log_{10} 8 = \log_{10} (2 \times 2 \times 2) = \log_{10} 2 + \log_{10} 2 + \log_{10} 2 = 3 \times 0.3 = 0.9$. $\log_{10} 8 = \log_{10} 2^3 = 3 \times \log_{10} 2 = 3 \times 0.3 = 0.9$, and also $\log_{10} 100 = \log_{10} (10 \times 10) = 2$. Strange to say, though it is not surprising for mathematicians, multiplication can be trivial, division can be replaced by subtraction. The slide rule calculation makes it possible to multiply and divide by this principle.

Decibel dB is used as a unit of sound or power P. The decibel dB is $10 \times \log_{10} Av$,
For the electric field intensity, voltage E, $20 \times \log_{10} Av$ is used as decibel. $20 \times \log_{10} 10^2 = 40$ dB, $20 \times \log_{10} 10^3 = 60$ dB.

However, these calculations are approximations. Calculate the circumference ratio π as 3, the power π^2 of the circumference ratio as 10. The reciprocal $1/\pi$ of the circumference ratio is 0.32, $2/\pi$ as 0.64, $\pi/2$ as 1.57, and $1/4\pi2$ as 25/1000. More over $\sqrt{2}$ is used as 1.41, its reciprocal $1/\sqrt{2}$ is set as 0.71, $2/\sqrt{2} = 0.34$ and those are almost used in mental arithmetic.

Previously, school education about circles were criticized by teaching Pi = 3. That is because in school education it is important to teach the difference between rational numbers and irrational numbers. But in the engineering world, they are not mistakes, and it makes sense.

Basically, computers can not express irrational numbers. Nonetheless, irrational numbers are treated well in number theory, enabling calculation of large significant digits. This field is called as discrete mathematics.

This discrete mathematics is useful for numerical calculation, simulation and so on. But let us use it more straightforwardly to understand the nature of the universe.

Even if exact calculations are done after all, there is a limit to the rigor. There is no need to calculate up to unnecessary digits. That means that in the range of the number of significant digits, calculating the circumference ratio by 3 is not an essential mistake. The problem is that if you understand the difference between irrational numbers and rational numbers.

I wrote the approximation in engineering paradoxically, however as for mathematician, it is a story that is not of any interest. Physicists use natural logarithms that do not exist naturally when describing nature required magnificent digits. The mathematician sees the magnitude of the number of digits with another different eye. There are things that are as close as possible. Also, the proof that there is a solution is more meaningful than the task of finding the answer in calculation.

Finally, I will introduce funny joke. Mathematicians are very interested in proving the existence of solutions, not computing.

A physicist and a mathematician are sitting in a faculty lounge. Suddenly, the coffee machine catches on fire. The physicist grabs a bucket and leap towards the sink, filled the bucket with water and puts out the fire. Second day, the same two sit in the same lounge. Again, the coffee machine catches on fire. This time, the mathematician stands up, got a bucket, hands the bucket to the physicist, thus reducing the problem to a previously solved one.

数学者の書斎には、計算尺はない

(数学者の家には分度器がない) の第2弾

つまり、取り立てて数学者は対数計算はしない。かつて、コンピュータも電卓も無い時代に、大きな数を扱うのに、対数計算は便利だった。常用対数$\log_{10}N$ を考える。常用対数を厳密に計算すると$\log_{10} 2 = 0.3010299956639812....$

エンジニアリングの世界では、この$\log_{10} 2 \fallingdotseq 0.3$ をよく使う。例えば、
$\log_{10} 8 = \log_{10} (2 \times 2 \times 2) = \log_{10} 2 + \log_{10} 2 + \log_{10} 2 = 3 \times 0.3 = 0.9$
$\log_{10} 8 = \log_{10} 2^3 = 3 \times \log_{10} 2 = 3 \times 0.3 = 0.9$
$\log_{10} 100 = \log_{10} (10\times10) = 2.$

もっとも、不思議なことに、計算機科学には不思議でもなんでもないが、掛け算が足し算に、割り算が引き算に替えることができる。スライドルール計算は、この原理で掛け算と割り算を可能にしてくれる。

音や電力Pの単位に、デシベルdBが使われている。このデシベルdBは、$10 \times \log_{10} Av$、電界強度、電圧Eには、$20 \times \log_{10} Av$ をデシベルとして使用している。100倍は、$20 \times \log_{10} 10^2 = 40$ dB、1000倍は、$20 \times \log_{10} 10^3 = 60$ dBと表現する。しかし、これらの計算は、近似であることに変わりはない。円周率πを3、円周率の冪乗π^2を10として計算したり、円周率πの逆数 $1/\pi$ を0.32, $2/\pi$を0.64、$\pi /2$を1.57、$1/4\pi2$ は 25/1000として計算する。さらに、$\sqrt{2}$を1.41、その逆数$1/\sqrt{2}$を0.71、$2/\sqrt{2}$ を0.34、として、ほとんど暗算で使用する。

以前、ゆとり教育を唱え、円周率πを3 と教えて、学校教育界が批判された。それは、学校教育では有理数と無理数の違いを教えることが大切だからである。しかし、エンジニアリングの世界では、それらはあながち間違いではない。

コンピュータでは、基本的に無理数は表現できない。それでも無理数を数論的に上手に扱い、大きな有効桁数の計算を可能にしている。この分野が、離散数学である。この離散数学が、数値計算、シミュレーションなどに役立っている。しかし、もっと、直截的に数の宇宙の本質を理解するのに役立てよう。

所詮、厳密な計算をしたとしても、厳密さには限界がある。意味のない桁数まで計算する必要も無い。ということは、有効桁数の範囲で、円周率を3で計算しても本質的な間違いでは無い。要は、無理数と有理数の違いを理解していればのことである。

エンジニアリングでの概算は有効だという話を逆説的に書いたが、数学者としては、なんら興味にない話だ。物理学者は、自然ではない自然を記述する際、自然には存在しない自然対数を使う。数学者は、桁数の大小を別の目で見ている。遠い距離ほど近いことがある。また、計算で答えを求める作業よりも、解が存在する証明に意味がある。