ユークリッドの互除法と有理数の連分数

105 と 28 の最大公約数を求める。

105 ÷ 28 = 3…21
28 ÷ 21 = 1 · · · 7
21 ÷ 7 = 3 · · · 0

なので、GCD(105, 28) = GCD(28, 21) = GCD(21, 7) = 7
割り切れたところで終わる。

ところで、105 と 28 の最大公約数の 7 求めることができれば、分数 105/28の分母分子を 7 で割って、最初の分数を既約分数15/4にすることができる。
逆に既約分数したもの15/4 がわかれば、最大公約数 7 も簡単にわかるので、最大公約数を求める問題は分数を既約分数にする問題である。

ユークリッドの互除法は、次の一連の分数計算で表 せる。
105/28 = 3 +21/28
28/21 =1 + 7/21
21/7 = 3

ここで1行目から2行目への移行は分数部分の逆数をとる操作です。

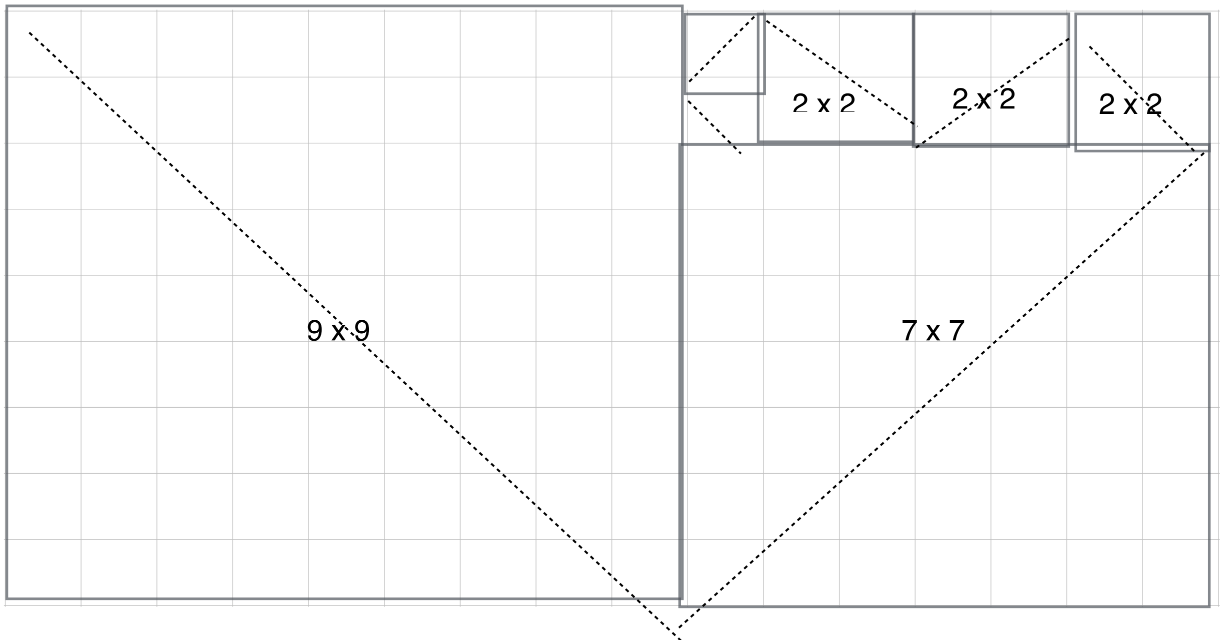
これを連分数の形で書くと、

$$\frac{105}{28}=3+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}$$

格子でも連分数を作れる

$$\frac{16}{9}=1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}\frac{}{+\frac{1}{2}}}$$

9 x 16 枡の格子から、正方形を切りだす。
正方形の数が、連分数の整数部(商部)に当たる。


2 x 2
2 x 2
2 x 2
9 x 9
7 x 7