無理数の連分数

√2、√3などの無理数、π、Napier数 eなどの超越数は、出現する数字の並びに規則性はない。循環少数は有理数だ。これが、今までの数学体験塾での講義だった。ところが、連分数にすると、無理数たちに出現する数字に、美しい規則が現れる。なんという神の仕掛けだろうか。

$\sqrt{2}$ = 1.41421356237309504880168872420969807856967187537694807317667973799 . . .

$\sqrt{3}$ = 1.73205080756887729352744634150587236694280525381038062805580. . . . .

π = 3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923 . . .

ϕ = 1.6180339887 4989484820 4586834365 6381177203 0917980576 2862135448 . . . . . .

$$\sqrt{2} = 1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\cdots}}}}}}}$$

$$\sqrt{3} = 1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\cdots}}}}}}}$$

$$\pi = 3+\cfrac{1^2}{6+\cfrac{3^2}{6+\cfrac{5^2}{6+\cfrac{7^2}{6+\cfrac{9^2}{6+\cfrac{11^2}{\ddots}}}}}}$$

$$\frac{4}{\pi} = 1+\cfrac{1^2}{3+\cfrac{2^2}{5+\cfrac{3^2}{7+\cfrac{4^2}{9+\cfrac{5^2}{11+\cfrac{6^2}{\ddots}}}}}}$$

$$e = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{2}{3+\cfrac{3}{4+\cfrac{4}{5+\ddots}}}}}$$

$$e = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\ddots}}}}}$$

$$\phi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\ddots}}}}$$