

## 漸化式とは Recurrence relation,

ある式に初期値を与え、その計算結果を新たな入力値として $n, n+1, n+2, n+3, \dots$ と繰り返し計算する式を漸化式 Recurrence relation, recursion formulaという。

漸化式は、多項式polynomialでもある。

例えば、 $n$ 番目のフィボナッチ数列 Fibonacci sequenceを求めるには、 $n-1$ 番目の値と $n-2$ 番目

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

の値を加えて求められる。

1次元ロジスティック写像 logistic mapping の漸化式は、次の式で与えられる。

$$x_{n+1} = ax_n(1-x_n)$$

コンピュータは、このような繰り返しの計算が得意である。

また、出力結果が次の入力値になるような繰り返し操作を再帰 recursive、recurring という。

上記のどちらの漸化式も、後で、実際にプログラミングで計算してお見せしよう。

さらに、フラクタルが現れる複素数のマンデルブロー集合 も漸化式で求められる。

なお、複素空間において、複素関数の反復作用により定義される力学系を複素力学 Complex dynamics という。

$$Z_{n+1} = Z_n^2 + C$$
$$c \in M \Rightarrow \limsup_{n \rightarrow \infty} |z_{n+1}| \leq 2$$

$M$ は複素2次多項式の族で定義され、 $c = -1$ は $0, -1, 0, -1, 0, \dots$ シーケンスになり $M$ に属す。

チェビシェフの多項式 は、漸化式である。

微分方程式 differential equation をコンピュータで数値解 numeric computing として解く場合には差分方程式 different equation 化し、漸化式と同じように繰り返しの計算で解かれる。

ときには、漸化式も差分方程式も、さらには階差式 arithmetic series も同じように扱われる。

漸化式の漸化とは、"だんだんに近づいていく" という意味だ。

近づいても、近づいても、決して一緒にならないことを asymptotic という。

限りなく計算しないと近づかないのだが、真値にはならない。

漸近線 asymptote ということがあがあるが、間違っって、暫近線と書いてあったりする。

暫時の暫は歌舞伎の演目にもある、"しばらく"の意味で、ゼンとザンの大間違いだ。

近い値を一般用語では約とか"だいたい" というが、数学では近似値approximationという。

さて、漸化式ということばが、あまりよいことばとは私には思えない。  
そのためか、再帰式 recursive formula、差分方程式 different equationとも呼んだりしている。  
コンピュータでの計算からいえば、再帰式の方が妙を得ているよう思える。

わたしの講義では、"ことば"を大切にする。  
数学だから式で表現することは当然だが、ことばでも概念が掴めるように努力している。  
外来からの専門用語は、最初の翻訳が妥当であったかどうか、先ず、疑ってみることにする。

さて、再帰について、次のブログを参考されたい  
[a = a + b の話 http://imetrics.co.jp/opinion/recursive.pdf](http://imetrics.co.jp/opinion/recursive.pdf)

複素力学 [imetrics.co.jp/math3/ComplexDynamics.pdf](http://imetrics.co.jp/math3/ComplexDynamics.pdf)