

1. 循環小数の秘密

(約 30分)

① 電卓で有理数と無理数の区別ができるか？

まず電卓に、“2”、“√”と入力して結果を表示する

$$\sqrt{2} = 1.41421356\ 2373095\dots \text{これは無理数だ！}$$

次に、25を17で割ると1.470588235294118...が表示されるが、これは有理数だ

$$\begin{aligned} \text{-->} \quad & 25 / 17 = 1.470588235294118\dots \\ & 99 / 70 = 1.414285714285714\dots \\ & 47321 / 33461 = 1.414213562057320\dots \end{aligned}$$

円周率 $\pi = 3.14159265358979\dots$ も無理数だが、

$$\begin{aligned} \text{-->} \quad & 22 / 7 = 3.142857\ 142857\dots \\ & 223 / 71 = 3.140845070422535\dots \\ & 355 / 113 = 3.141592920353982\dots \\ & 245850922 / 78256779 = 3.141592653589793\dots \end{aligned}$$

というように、数は有理数でいくらでも近似できそうだ！

でも、数だけ見ると、有理数か無理数かの区別はつかない.....

② 繰り返し(循環)が現れる小数は、有理数だ！

$$1 / 3 = 0.33333333\dots \quad 1 / 3 \times 3 = 0.99999999\dots = 1$$

$$1 / 7 = 0.142857\ 142857\dots \quad (6\text{桁})$$

$$2 / 7 = 0.285714\ 285714\dots \quad (//)$$

$$3 / 7 = 0.428571\ 428571\dots \quad (//)$$

$$4 / 7 = 0.571428\ 571428\dots \quad (//)$$

$$4 / 11 = 0.36\ 36\ 36\ 36\dots \quad (2\text{桁})$$

$$1 / 13 = 0.076923\ 076923\dots \quad (6\text{桁})$$

$$1 / 17 = 0.0588235294117647\ 0588235294117647\ 058823\dots \quad (16\text{桁})$$

$$25 / 17 = 1.4705882352941178\ 4705882352941178\ 47\dots \quad (16\text{桁})$$

その繰り返しの長さ(桁数)はどうして決まるのか？ 原始根というものがある

問題 1-1： F7, F11, F13の原始根を、エクセルで計算しなさい

N13		=MOD(a^n, F_n)										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	F7	$a^1 a^2 a^3 \dots a^n$										
2	7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3	2											
4	3											
5	4											
6	5											
7	6											
8												

F7の場合の原始根 計算シート