

フィボナッチ数列のn番目の数を求める。

C. Кусафуса

$$\frac{\varphi^n - (1-\varphi)^n}{\sqrt{5}}$$

Binetの公式、分子にも分母にも無理数が含まれるのに、計算すると整数になるのが面白い。

```
/* Fibonacci sequence written in c programming. */
/* Find a specified fibonacci number C. Кусафуса */
#include <stdio.h>
#include <math.h>
int main()
{
/* Show fibonacci number calculated */
double x = 5.0;
double phi;
phi = (1 + sqrt(x)) / 2;
printf("Fibonacci number (φ) is %.16lf\n", phi);

/* Specify number in fibonacci sequence */
int n;
scanf("%d",&n);
printf("Specified number = %d\n", n);

/* compute n-th number in fibonacci series */
/* φ^n - (1-φ)^n / √5 */
double Fn;
Fn = (pow(phi, n) - pow((1-phi),n)) / sqrt(x);
printf("Fn = %.0f\n", Fn);

/* 検証 */
printf("\n検証\n");

double y1, y2, y3, y4;
y1 = pow(phi, n); printf("y1 = %lf\n", y1);
y2 = 1 - phi; printf("y2 = %lf\n", y2);
y3 = pow(y2, n); printf("y3 = %lf\n", y3);
y4 = y1 - y3; printf("y4 = %lf\n", y4);
double z;
z = y4 / sqrt(x); printf("z = %f\n", z);

return 0;
}
```

入力値: 14

計算結果:

Fibonacci number (ϕ) is 1.6180339887498949

Specified number = 14

$F_n = 377$

検証

$y_1 = 842.998814\dots$ 無理数

$y_2 = -0.618034\dots$ //

$y_3 = 0.001186\dots$ //

$y_4 = 842.997628\dots$ //

$z = 377.000000\dots$ 整数

黄金比 ϕ は、 $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.6180339887498949$

ビネーの公式には、無理数が入っているのに、計算していくと整数になる。

ϕ は、 $x^2 - x - 1 = 0$ の解である。連分数で書くと;

$$\begin{aligned}x^2 &= x + 1 \\x &= 1 + \frac{1}{x} \\&= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} \\&= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}\end{aligned}$$

以下同様にして、

$$\phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\ddots}}}} = [1; 1, 1, 1, 1, 1, \dots]$$

フィボナッチ漸化式で数列を記述

```
#include<stdio.h>
int Fibonacci(int);
int main()
{
    int n, i = 0, c;
    scanf("%d",&n);
    printf("Fibonacci series\n");
    for ( c = 1 ; c <= n ; c++ )
    {
        printf("%d\n", Fibonacci(i));
        i++;
    }
    return 0;
}
int Fibonacci(int n)
{
    if ( n == 0 )
        return 0;
    else if ( n == 1 )
        return 1;
    else
        return ( Fibonacci(n-1) + Fibonacci(n-2) );
}
```

フィボナッチ数列の並びを定義により記述する

```
/* Fibonacci Series c language */
#include<stdio.h>
int main()
{
    int n, first = 0, second = 1, next, c;
    printf("Enter the number of terms\n");
    scanf("%d",&n);
    printf("First %d terms of Fibonacci series are :-\n",n);
    for ( c = 0 ; c < n ; c++ )
    {
        if ( c <= 1 )
            next = c;
        else
        {
            next = first + second;
            first = second;
            second = next;
        }
        printf("%d ",next);
    }
}
```

```
    return 0;  
}
```

計算結果

Enter the number of terms

First 15 terms of Fibonacci series are :-

0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 233 377