

Free modern mathematics terminology for math-lovers and practitioners, *released by iMetrics Academy*

*"Mathematics is the art of giving the same name to different things" - Jules Henri Poincaré.*

<u>English / Japanese</u>	<u>Relevant or diversions</u>
a.a.	ほとんどすべての、almost all
abc conjecture	ABC予想、Oesterlé–Masser 予想
Abelian category	アーベル圏
Abelian extension	アーベル拡大
Abelian group	可換群、アーベル群
abnormal series	不正規級数
absolute convergence	絶対収束
abstract nonsense	奇麗ごとで押し切る数学、general nonsense
abuse of notation	記号の濫用
abutment	極限
accumulated point	集積点
acute angle	鋭角
acyclic	非輪状、エイシリック
additive category	加法的カテゴリー
additive group	加法群
Adele ring	アデル環
adjacent matrix	隣接行列
adjoint operator	随伴作用素
adjoint representation	随伴表現
adjunction	添加
a.e.	ほとんどいたるところ
affine neighborhood	アフィン近傍
affine transformation / map	アフィン変換 / 写像
algebra	多元環
algebraically closed field	代数的閉体
algebraic geometry	代数幾何
algebraic integer	代数的整数
algebraic number theory	代数的整数論
algebraic variety	代数多様体
almost complex structure	概複素構造

alternating group	交代群
abelian geometry	遠アーベル幾何
analytic prolongation	解析接続、analytic continuation
apogee	遠地点
arithmetic group	算術的部分群
arithmetic progression	等差数列
arithmetics	等差配列
associative	結合律
assumption	仮定、前提
almost	ほとんど、mostly
atlas	アトラス(地図帳)
at most	たかだか
augmentation	拡大
autocorrelation	自己相関
automaton	オートマトン
automorphic form	保型形式 (ほけいけいしき)
automorphic representation	保型表現
automorphism	自己同型射
automorphisms	自己同型群
axiom of choice	選択公理
basis	基底
Bers embedding	ベアス埋め込み
bifurcation	分岐、ramification
biholomorphism	双正則
biholomorphically equivalent	双正則同値
bijection	全単射
bifunctor	双関手
binominal coefficient	2項係数
birational	双有理
birationally equivalent	双有理同値
birational transformation	双有理変換
birational geometry	双有理幾何
bracket product	かっこ積
bounded	有界
building	(数学的)建物
bundle	ベクトル束
Calabi-Yau manifold	カラビヤウ多様

calculus of variation	変分法
canonical divisor	標準因子
canonical projection	標準射影
cardinal number	基数、濃度
cardinality	濃度
cardinality of the continuum	連続体濃度
cardinal number	基数
Cartan decomposition	カルタン対合
casting out nine	九去法
category	圏、カテゴリー
category theory	圏論、カテゴリー論
Cauchy's convergence principle	コーシー収束条件
Čech cohomology group	チェック・コホモロジー群
Čech complex	チェックの複体
cell complex	セル複体
cellular homology group	胞体ホモロジー群
centralizer	中心化群
chain	鎖体
chain complex	鎖複体、チェイン複体
chaos	カオス
character	指標、character table 指標表
character group	指標群
characteristic	標数
characteristic curve	特性曲線
characteristic manifold	特性多様体
characteristic polynomial	固有多項式、特性多項式
Chebychev's inequality	チェビシェフの不等式
Chinese remainder theorem	中国剰余定理
cipher	暗号
circumference	円周
circumferential equipartition	円周等分
class field theory	類体論
class	クラス、類
class, rank	階級
closure	閉包
closure complex	CW複体、weak topology
CM curve	CM曲線、complex multiplication elliptic curve

CM-cycle, CM-point	CMサイクル
coarse structure	粗い構造、coarse space 粗い空間
coboundary	双対境界輪体、コバンダリー
cochain complex	双対鎖複体
cocycle	双対輪体、コサイクル
coefficient	係数
coherence condition	コヒーレンス条件
coherent sheaf	接続層
cohomologies	コホモロジー
col	コル、saddle
commutant	可換子環
commutative diagram	可換図式
commutative field	可換体
commutative group	可換群、アーベル群 Abelian group
commutative property	交換法則
commutative ring	可換環
commutator	交換子
commutator group	交換子群
commutor	可換子環
companion matrix	随行行列
compact	コンパクト
Compact Kahler Manifolds	コンパクトケーラー多様体
compatible system	整合系
compatible with structure	構造可換
complement	補集合
complete	完備、completion 完備化
complex	複体、complex number 複素数
composite	合成数
compound ratio	複比
comprehension axiom	内包公理
concatenate	連結する
concatenated code	連結符号
concave	凹
conclusion	結論
conductor	導手
conformally isomorphic	等角同型

conformal translation	等角写像
congruence	合同
congruent number	合同数
ongruence subgroup	合同部分群
conic section	円錐曲線
conjugate harmonic function	共役調和関数
conjugate	共役(きょうやく)
conjugacy classes	共役類
conjugate element	共役元
conjugate subgroup	共役部分群
conjecture	予想
connected	連結
construction	構成、作図
constructible	作図可能な
continuum	連続体
contour integral	線積分
contractible	可縮
contraposition	対偶
contrapositive	対偶命題
contravariant functor	反変関手
centrifugal	遠心力
centripetal	向心力
co-compact group	余コンパクト群
convergent	収束する、converge
convergence	収束
conversion	換算
convex hull	凸包
convolution	たたき込み
corner	頂点
co-prime	互に素、relatively prime
coproduct	圏論における直和、双対直積
contra-gredient representation	反傾表現
coset	剰余類、傍系、residue class, right coset, left coset
countable (open) base	加算(開)基
covariant functor	共変関手
covering transformation	被覆変換
covering space	被覆空間

covering transformation	被覆変換、deck transformation
cross-ratio	非調和比、複比
cross-section	中心化群
cube	3乗
curvature	曲率
curvilinear integral	線積分
cuspidal point	尖点
CW complex	CW複体、closure complex
cycle	輪体、サイクル
cyclic arithmetic	反復公式
cyclic group	巡回群
cyclic of a permutation	巡回置換
cyclotomic polynomial	円周等分多項式
de Rham functor	ド・ラーム関手
deconstruction	分解
deductive	演繹的
degeneracy	退化
degree	次数
denominator	分母
dense	稠密
dependent	従属の
derivative	弱導関数
derived category	導来カテゴリー
derived functor	導来関手
determinant	行列式
diagonal	対角線
diagonalizable	対角化
difference equation	差分方程式
difference product	差積
differential calculus	微分
diffusion coefficient	拡散係数
digital root	数字根
diophantine geometry	数論幾何
Diophantine inequalities	ディオファントス不等式
direct image	順像
direct limit	帰納的極限
direct products	直積

Dirichlet character	ディレクレ指標
discrete	離散
discrete Markov process	離散マルコフ過程
discrete topology	離散トポロジー
discriminant	判別式
disjoint	互いに素な(集合)
disjoint union	直和、非交和
distinguished subgroup	正規部分群, normal group, invariant subgroup
distinguished triangle	特別三角
distributive property	分配法則
divided by	割る
divisor	因子
divergent	発散する
domain	定義域
dual category	双対カテゴリ、opposite category
double complex	二重複体
double coset	両側コセット
double chain complex	二重チェイン複体
dual	双対(加群)
dual group	双対群
dual space	双対空間
duality	双対性、表裏関係
edge	辺
edge homomorphism	辺射
eigenvalue	固有値
Eisenstein series	アイゼンシュタイン級数
ellipse	楕円
elliptic curves	楕円曲線
elliptic function	楕円関数、二重周期をもつ有理型関数
elliptical hyperboloid	楕円双曲面
elliptic integral	楕円積分
encryption	暗号化
endomorphism	自己同形射
Endoscopic group	エンドスコピー(endoscopy)
enriched category	エンリッチリ圏、豊穡圏
envelope	包絡線

equivalence	同値
equivalence relation	同値関係
essentially surjective	本質的に全射
étale cohomology	エタール・コホモロジー
Euler's identity	オイラーの恒等式
even	偶数
evolution equation	発展方程式
exact	正合、完全
exact differential form	完全微分形式
exact homology sequence	完全ホモロジー系列
exact sequence	完全列
exactness axiom	完全性公理
exceptional set	例外集合
excision axiom	切除公理
external angle	外角
extension	(群の)拡大、外延
extension field	拡大体
extremity	極値性
Euclidian domains	ユークリッド環
Euler formula	オイラーの公式
factorial	階乗
fields	体
finitefields	有限体
flatness	平坦性
floor	整数部分
foliated structure	葉層構造
formalism	形式主義
formal scheme	形式的スキーム
formula	論理式
Fourier series	フーリエ級数
fraction	因数
fraction.	分数
fractorization	因数分解
Frobenius semisimplification	フロベニウス半単純化
Fuchsian group	フィクス群
functor	関手
fundamental group	基本群

fundamental group	基本群
Gelfand-Shilov space	ゲルファント シロフ空間
Gelfand-Shilov theorem	ゲルファント シロフ定理
Galois group	ガロア群
Galois module	ガロア表現、ガロアモジュール
Galois presentation	ガロア表現
geodesics	測地線
geometric mean	比例中項
geometric number theory	数論幾何
generator	生成元
genus	種数
geometrical progression	等比数列
geometrical series	幾何級数
germ	芽
glide reflection symmetry	鏡像対称性
GOE, GUE, GSE (Gaussian ensembles, - orthogonal, unitary, symplectic )	
Gödelscher Unvollständigkeitssatz	ゲーテル不完全性定理
good reduction	良還元
group, cyclic	巡回群
group dual	群双対
group homomorphism	群の準同型写像
group, prime cyclic	素数位数の巡回群
group, simple	単純群
group, sporadic	散在群、26個の例外的な単純群
group theory	群論
groupoid	亞群
harmonic series	調和級数、発散無限級数
Hasse principle	局所大域原理 Hasse's local-global principle
Hausdorff space	ハウスドルフ空間、分離空間
Hecke character	ヘッケ指標
heptagon	七角形
Hermitian manifold	エルミート多様体
Hermitian matrix	エルミート行列
horizontal foliation	水平葉層
holomorphic function	正則関数
homogeneous	斎次の
homogeneous coordinate	同次座標

homology	ホモロジー
homological algebra	ホモロジー代数
homomorphism	準同型写像
homomorphic	準同型
homotopy	ホモトピー、homotopic
hyperbola	双曲線
hyperbolic distance	双曲距離
hyperbolic function	双曲関数
hyperbolic plane	双曲平面
hyperbolic metric	双曲計量
hyperbolic Riemann surface	双曲型リーマン面
hyperboloid	双曲面
hypercohomology	超コホモロジー
hypothesis	仮説、予想
ideal	イデアル
identity	恒等式、恒等性
identity element	単位元
identity morphism	恒等射、identity arrow
image	像
imaginary number	虚数
imbedding	埋め込み、embedding
immersion	はめ込み
incompleteness theorems	不完全性定理
independent variable	独立変数
index	指数
indirect proof	背理法
induction	帰納法
inductive	帰納的
inductive limit	帰納的極限
infimum	下限
infinite	無限
infinite descent	無限降下法
injection	単射
inner product	内積
integer	整数
integral calculus	積分

integral domains	整域
integrally closed domains	整閉整域
intersection theory	交叉形式
intertwining operator	繫絡作用素, intertwined
intuitionism	直観主義
invariants	不変量
inverse	逆射
invertible	可逆
invertible sheaf	可逆層
irrational	無理数
irreducible	既約
irreducible variety	既約多様体
irregularity	不正則数
isomorphic	同型
isomorphism	同形射、同型写像
isosceles triangle	二等辺三角形
linear algebra	線形代数
intersection	共通部分
j-function	j-関数
kernel	核
Klein's four-group	クラインの四元数V
kycaφyca's program	Kusafusaの対応
l-adic Tate module	l進テート加群
l-adic rational Tate module	l進有理テート加群
Lagrange's interpolation	ラグランジュ補間法
Lagrange's resolvent	ラグランジュ・リゾルベント(分解式)
Langlands program	ラングランズ対応、非可換類体論
Laplacian	ラプラシアン
lattice	格子、束論
lattice basis reduction	格子基底縮小
Laurant series	ローラン級数
Leech lattice	リーチ格子
lemma	補題
Lie group	リー群、作用が連続的に変化することができる群
lift	持ち上げ
Liouville number	リウヴィル数、 $\alpha$ は、超越数である
localization	局所化

local-global principle	局所大域原理
locally compact Hausdorff Abelian group	局所コンパクトハウスドルフ可換群
local isomorphism	局所同型
local section	局所切断
local triviality	局所自明性
locus	軌跡
logarithm	対数
l-adic cohomology	l-進コホモロジー
l-adic representations	l-進表現
magnitude correlation	大小関係
Maclaurin series	マクローリン級数
manifold	多様体
Markov process	マルコフ過程
math addict	数学愛好家
math fan	数学ファン
mathematical science	数理科学
mathematician in pleasure	アマチュア数学家
matroid	マトロイド
maximal ideal	極大イデアル
maximal principle	極大値定理
maximal tamely ramified extension	最大馴分岐拡大
maximum principle	最大値定理
mean value principle	平均値の定理
measurable cardinal	可測基数
membrane	膜
meromorphic function	有理型関数
metric	距離
metric tensor	計量テンソル、リーマン計量
minimal polynomial	最小多項式
mod	法、mode、module
modular form	モジュラー形式論
modular function	モジュラー関数
modular group	モジュラー群
module	加群
moduli	モジュライ 不変量
moduli space	モジュライ空間
modularity theorem	モジュラー性定理(谷山・志村予想)

monic polynomial	モニック多項式
monoid	モノイド
monoid object	モノイダル対称
monoidal category	モノイド圏、モノダイル圏
monotonous mapping	単調写像
moonshine	ムーンシャイン現象
morphism	射
motif	モチーフ、motives
Möbius strip	メビウスの帯
Möbius transform	メビウス変換
multilinear algebra	多重線形代数
multiplicative fragment	直観的線形論理
multiply	掛ける
multivariate statics	多変量解析
mutually prime	互いに素、relatively prime
Napierian	ネピア数 / 自然対数の基数
natural map	自然写像
natural transformation	自然変換
non-degeneracy	非退化
Noetherian space	ネーター空間
Noetherian domains	ネーター整域
Noetherian ring	ネーター環
nonagon	九角形
non-deterministic polynomial time	非決定性多項式時間
normal covering	正規被覆
normal extension	正規拡大
normal matrix	正規行列
normal sequence	正規列
normal space	正規空間
normalizer	正規化群
numerator	分子
object	対象
oblique coordinate	斜交座標
obtuse angle	鈍角
octagon	八角形
odd	基数
one-dimensional complex manifold	1次元複素多様体

one to one correspondence /mapping	1対1対応 / 写像
onto mapping	上への写像
open kernel	開核
order	位数、次数、階数、整環、順序
order of a different operator	階数
order of a finite group	位数、有限群の元の個数
order of an element	位数、群 $G$ の元 $a$ に対し $a^n$ が単位元のときは $ma$ が単位元に等しくなるような自然数のうち最小のもの
order isomorphism	順序同型写像
order isomorphic	順序同型
order relation	順序関係
ordinal number	序数
ordinary differential equation	常微分方程式
orthogonal matrix	直交行列
open cover	開被覆
outer tensor product representation	外部テンソル積表現
p-adic number	p-進数
p-adic valuation	p-進付値
p-group	p-群
p-Sylow group	p-シロー群
paradox	逆理
parallelogram	平行四辺形
parity	パリティ、奇偶
partial differentiation	偏微分
partially ordered set	順序集合
perfect totient number	完全数
pentagon	五角形
perigee	近地点
periodic table	周期表、A-Gまでの7無限系列のリー型群集まり
permutation	置換、substitution
permutation group	置換群
perturbation	摂動
point at infinity	無限遠点
polychoron	多胞体
polygon	多角形
polynomial expression	多項式
polynomial time	多項式時間

population	母集団
power	冪乗、べき
power of continuum	連続体の濃度
predual	前双対
prerequisite	前提条件
prime decomposition	素因数分解、factorization in prime numbers
principle divisor	主因子
prime ideal	素イデアル
prime number	素数
primitive root	原始根
principle ideal	単項イデアル、主イデアル
principal ideal domains	PIDs、単項イデアル整域、主環 (anneal principal)
principle of excluded middle	排中律
principle order	主整環
product	直積
product measure	積測度
product theorem	モデル予想 (ファルティングスの定理)
product variety	積多様体
projection	射影作用素
projective geometry	射影幾何
projective line	射影直線
projective module	射影加群
projective plane	射影平面
projective space	射影空間
projective limit	射影極限
projective variety	射影多様体
prolongation	延長、接続
proper mapping	固有写像
proper subgroup	真部分群
proper subset	真部分集合
proposition	命題
pseudospherical surface	擬球曲面
Pythagorean theorem	ピタゴラスの定理
Q.E.D.	証明終了 Quod Erat Demonstrandum かく示された
qc deformation	擬等角変換
quadratic residue	平方剰余
quadric surface	二次超曲面

quadrilateral; quadrangle; tetragon	四角形
quasi conformal map	qc、擬等角写像
quasi-isomorphism	擬同型
quasi-unipotent matrix	擬幂单行列
quaternion group	四元数群
queue	待ち行列
quotient	商
quotients	商群、剰余群
radical	根基
radius	半径
ramification index	分岐指数
random matrix	ランダム行列
rational.	有理的
rational function	有理関数
rational map	有理写像
rational number	有理数
real	実数
reciprocity	相互法則
rectangle	矩形
recursive formula	漸化
recurring decimal	循環小数
recursive	再帰的
recursive definition	数学的帰納法による定義
recurrence formula	漸化式
refinement	細分
residue class	剰余類
residue class group	剰余群
residue theorem	留数定理
reduction	簡約
reduction ad absurdum	背理法、indirect proof
reductive	還元的、帰納的
reductive algebraic group	簡約代数群
reentrant	再入的
reflection symmetry	線対称
regular covering	正則被覆
regular dodecahedron	正十二面体
regular icosahedron	正二十面体

regular icositetrachoron	正二十四胞体
regular hexahedron	正六面体
regular octahedron	正八面体
regular polyhedral group	正多面体群
regular space	正則空間
regular tetrahedron	正四面体
remainder	剰余
renormalization	繰り込み
representation	表現論
residue	留数
residue class	剰余類
restriction map	制限写像
Riemann Hypothesis	リーマン予想RH
Riemann metric	リーマン計量
Riemann surface	リーマン面
right angle	直角
right tensor	対称テンソル
right triangle	直角三角形
right inverse	右逆射
ring	環
root	解
rotational symmetry	回転対称性
Sage's paradox	セージの逆理
scheme	スキーム 概型
Schur's lemma	シュアの補題
scope	作用域(限定差要素の)
section	切断
Selberg trace formula	セルバーグ跡公式
semidirect products	半直積
semigroup	半群
separation axiom	分離公理
set	集合
sheaf	層
sheafification	層化、associated sheaf
Shimura variety	志村多様体
short exact sequence	短完全列
Siegel modular form	シーゲル・モジュラー多様体

significant figures	有効桁数
simply connected space	単連結空間
simple group	単純群
singleton	シングルトン、物理のソリトン
singular chain complex	特異チェイン複体
singular complex	特異複体
singular homology group	特異ホモロジー群
singular integral operator	特異点積分作用素
singular locus	特異点集合
singular simplex	特異単体
singular support	特異台
site	景
solution	解
solvable group	可解群
solvability	可解性
spec $\mathbb{Z}$	スペックツ、素イデアル全体を空間とみなす
spec $(R)$	環 $R$ の素イデアル全体
spec $\mathfrak{m}$	環 $R$ の極大イデアル
spectra	スペクトルの複数形
spectral	スペクトルの形容詞形
spectral sequence	スペクトル系列
spectrum	スペクトル、連続体、範囲 (of)
splitting field	分解体
sporadic group	散在型の群
square	平方数
squeeze theorem	挟み撃ちの定理
stabilizer	固定分群
stalk	茎
stereographic projection	ステレオグラフ射影
strict monoidal category	強モノイド圏
strictly compatible system	厳整合系
strong continuity	強連続性
structure sheaf	構造層
subgroup	部分群
submanifold	部分多様体
submersion	沈め込み
subcover	部分被覆

surjection	全射
Supersingular prime (moonshine theory)	オグの素数
support	台集合
symmetric sesquilinear form	対称半双線型形式
symmetric group	斜交群
symmetric polynominal	対称式
symmetric space	局所対称多様体
take B from A	A-B、subtract B from A
tame inertia group	馴惰性群
tangent space	接平面
Tannakian category	淡中圏
Tannaka–Krein duality	淡中-Krein双対性
Taylor series	テーラー級数
ternary	3進法
Teichmüller distance	タイヒミュラー距離
Teichmüller space	タイヒミュラー空間
tensor category	テンソル圏
tensor product	テンソル積、モノイド積
the product.	積
the ratio of the circumference of a circle to its diameter	円周率
topology	位相幾何
topos	トポス、位相空間上の層のなす圏を一般化した概念
toric variety	トーリック多様体
toroidal	トーラス状の
torus	トーラス
torus embedding	トーラス埋め込み
tranjugate matrix	共役転置行列
transcendental number	超越数
transitivity	推移律
transitivity	推移性
transive	推移的
transposition	互換
trapezoid	台形
triangle	三角形
triangle category	三角化されたカテゴリー
trigonometric ratio	三角比
trivial	自明な(極大イデアル)

trivial topology	密着位相
T-duality	T-双対性
UFDs	Unique Factorization domains, 一意分解整域
uniform structure	一様構造、uniform space 一様構造
uniformization	一意化定理
unit	一元の
unit group	単位群
unitary	一元の
unitary group	ユニタリ群
unitary matrix	ユニタリ行列
unitary representation	ユニタリ表現
universal covering	普遍被覆
universal property	普遍性
upper bound	上界
validity	妥当性
variance	分散
variation	変分
variety	多様体
vertical foliation	垂直葉層
vicinity	近傍
weak continuous	弱連続
weak convergence	弱収束
weak differentiable	弱微分可能
weight	荷重、重さ、ウェイト
Weil curve	モジュラー楕円曲線
well-orderd set	整列集合
whole number	整数
wild inertia	暴恠性群
Zariski closed set	ザリスキーの閉集合
Zariski's main theorem	ザリスキーの主定理
zero	零点
zeta function	ゼータ関数
ZF's set theory	ツルメロ-フランケル-選択公理の公理系集合論
Zermelo–Fraenkel set theory with the axiom of chice	

## Appendix 付 録

数学とは、異なるものに同じ名前をつけることです。数学とは、不変量(invariant)を見つけることです。対称性も不変量のひとつです。数学はモデル記述言語(modeling description language)です。論理も証明も計算も共通の文法規則にしたがっています。非本質なものは考慮の外に置くことがしばしばあります。それが物理学との大きな違いです。そういうとき、物理(physics)に対して数理(mathematical science)とよぶこともあります。さて、数学の概念を文章で伝えようとする各国の数学用語に依存します。一般に、現代数学は英語で書かれています。英語で数学の概念や専門用語を学ぶのが最善でしょう。あえて日本語の数学用語と対照しようとする、表現が一意でないことがあります。そんな混乱を避けるためにも、初学者や数学者でない翻訳者が日本語へ翻訳する際に役立ててください。多くの用語から以下に掲げた用語を選ぶにあたっての特段の意味はありません。翻訳の間違ひを見つけたとき、気になった用語を適宜記載していきます。

以下に、Q&Aで話題にあげた用語を時系列で掲載しておきます。講座・教室を重ねるにつれて、内容・質問の傾向が変わっていています。全てを網羅できませんし、適宜更新もままなりません。あくまで参考としてください。

### アーベル群 (Abelian group)

演算が可能な群のこと。

### (群の)位数 (order of a finite group)

群 $G$ の元の個数  $|G|$  で表す。

### (元の)位数 (order of an element)

$x \in G$  に対し  $x^m = 1$  となる最小の正整数  $m$  のこと。このような  $m$  が存在しない場合、位数は無量大である。

### 指数 (index)

群 $G$ における部分群 $H$ の(左)剰余類の個数のこと。  $|G:H|$  で表す。  $G$  が有限群のとき、それは  $|G|/|H|$  に等しい。

### 可解群 (solvable group)

すべての因子群がアーベル群になる正規列をもつ群のこと。

### 可換群 (commutative group, Abelian group)

すべての  $x, y$  に対して、  $xy = yx$  が成り立つこと。

核 (kernel)

与えられた準同型  $f: G \rightarrow H$  に対して、その核  $\ker f$  とは  $f(x) = 1$  になるすべての  $x \in G$  からなる  $G$  の正規部分群のことである。これを  $H \triangleleft G$  で表す。

共役元 (conjugate element)

群  $G$  のふたつの元  $x, y$  に対して、 $y = gxg^{-1}$  となる元が存在するとき、 $x$  と  $y$  は共役(きょうやく)であるという。

共役部分群 (conjugate subgroup)

群  $G$  のふたつの部分群  $H, K$  に対して、 $K = gHg^{-1} = \{ghg^{-1} : h \in H\}$  となる元  $g \in G$  が存在するとき、 $H$  と  $K$  は共役であるという。

四元群  $V$  (Klein's four-group)

$1, (1,2)(3,4), (1,3)(2,4), (1,4)(2,3)$  からなる  $S_4$  の部分群のこと。これは正規部分群になる。また、これは巡回群でない位数が最小の群である。位数2の巡回群の直積と同型である。クラインの四元群の単位元以外の元の位数は2である。

自己同型 (automorphism)

群からそれ自身への同型のこと。

自然写像 (natural map)

$H$  が  $G$  の正規部分群のとき、 $\pi(x) = xH$  で定義される準同型  $\pi: G \rightarrow G/H$  を自然写像という。

巡回群 (cyclic group)

生成元と呼ばれる元  $g$  があって、すべての元が  $g$  のべきとして表せる群  $G$  のこと。

剰余類 (residue class)

$gH = \{gh : h \in H\}$  の形の  $G$  の部分集合のこと。ここで  $H$  は  $G$  の部分群で  $g \in G$  である。 $H$  のすべての剰余類は  $G$  を分解する。さらに、 $gh = g'H$  である必要十分条件は  $g^{-1}g' \in H$  である。

正規部分群 (distinguished subgroup)

任意の  $g \in G$  に対して、 $gHg^{-1} = \{ghg^{-1} : h \in H\} = H$  が成り立つ群  $H$  のこと。

Normal group, invariant subgroup などともいう。

正規列 (normal series)

$G_{i+1}$  が  $G_i$  の正規部分群であるような  $G$  の部分群列  $G = G_0 \supset G_1 \supset \dots \supset G_n = \{1\}$  のこと。(部分群  $G_i$  は  $G$  の正規部分群である必要はない)

### 準同型 (homomorphism)

$G$ と $H$ が群のとき、任意の $x, y \in G$ に対して  $f(xy) = f(x)f(y)$  が成り立つ写像  $f: G \rightarrow H$ のこと。  $f(1) = 1$  と  $f(x^{-1}) = f(x)^{-1}$ が常に成り立つ。

### 像 (image)

与えられた準同型  $f: G \rightarrow H$ に対して、その像  $im f$ とは  $x \in G$  に対する  $f(x)$ の形の元すべてからなる $H$ の部分群のこと。

### 商群 (quotients)

$H$ が $G$ の正規部分群のとき、商群(剰余群)  $G/H$ とは乗法が $gHg'H = gg'H$ によって定義された $H$ の剰余類 $gH$ 全体の集合のこと。 $G/H$ の位数は $|G|/|H|$ である。単位元は $1H = H$ であり、 $gH$ の逆元は $g^{-1}H$ である。

### 単純群 (simple group)

正規部分群が $\{1\}$ と自分自身だけで、しかも $G \neq \{1\}$ である群のこと。

### 置換 (permutation)

集合 $X$ からしれ自身への全単射のこと。 $X$ の置換全体は合成について群になる。その群を $S_X$ で表す。

### 同型 (isomorphic)

全単射になる準同型のこと。Isomorphismともいう。

### 部分群 (subgroup)

積と逆をとっても閉じている1を含む群 $G$ の部分集合のこと。

### 部分群(部分集合 $X$ によって生成される)

部分 $X$ を含む $G$ の最小の部分群のこと。 $\langle X \rangle$ で表す。 $\langle X \rangle$ は積 $x_1^a x_2^b \dots x_n^z$ 全体からなる。ここで、 $x_i \in X$ で指数 $a, b, \dots, z$ は $\pm 1$ である。

### $P$ -群 ( $P$ -group)

すべての元の位数が素数 $p$ の適当なベキである群のこと。 $G$ が有限群のとき、 $|G|$ は $p$ のベキになる。

### $p$ -シロー群 ( $p$ -Sylow group)

位数 $p^n$ の $G$ の部分群のこと。ここで、 $p^n$ は $|G|$ を割り切る $p$ の最大ベキである。そのような部分群はつねに存在し、そのような群は互に共役で、したがって同型である。

### 表現論(representation)

表現論とは線形代数の一般化。表現論とは、数学的理論を記述し理解するための言語といえる。

ホモロジー(homology)

図形のつながり方に注目して決まる位相不変量の一つの群

コホモロジー(cohomology)

位相空間に次数つき加群を対応させるある導来関手(functor)

エタールコホモロジー (étale cohomology)

位相何学におけるコホモロジーの代数幾何的類似であり、*Hasse*や*Weil*による有限体上の代数多様体のゼータ関数(*Hasse-Weil*ゼータ関数)の研究を踏まえて、*Grothendieck*によって1960年代に創始された理論。位相幾何学において、コホモロジーが位相空間の形を表していたのと同様に、エタールコホモロジーも代数多様体の(抽象化された意味での形を表していると考えられる。エタールコホモロジーの理論は任意の代数多様体(より一般に任意のスキーム)に対して適用可能。エタールコホモロジーを用いることで、代数多様体から Galois 表現 ( $\ell$ 進表現)を作ることができる。

モチーフ (motives)

代数多様体全体のなす圏から加法的な圏を自然に構成し、そこにおいてホモロジー代数を展開し、代数多様体の様々なコホモロジー理論の背後にある普遍的コホモロジー理論を見出すこと。代数多様体(より一般にスキーム)のコホモロジーや、ゼータ関数、代数的サイクルなどを統一的に扱うための土台となるもので、*Grothendieck*によって考案された概念である。*Grothendieck*はスタンダード予想を提出し、その予想を用いて代数多様体を代数的サイクルによって分解することで、モチーフを定義した。そして、*Weil*予想が自然に導かれることを示した。しかし、スタンダード予想自身は今日でも未解決である。

サイクル(cycle)

チェイン複体 $\{C_n, \partial_n\}$ の $\partial Z^n=0$ となる $n$ 次のチェイン $Z^n$ を $n$ 輪体という。

CW複体(closure complex)

ホモロジーやホモトピーを考える上で、十分広くかつ深い内容のある理論が展開できる空間構造として導入された、開球体(open ball)の和集合の形に表現される空間である。

$p$ -進数 ( $p$ -adic number)

1897年にクルト・ヘンゼルのによって導入された数の体系の一つである。文脈によっては、その体系の個々の数を指して  $p$ -進数と呼ぶこともある。有理数の体系を実数や複

素数の体系に拡張するのは別の方向で、各素数  $p$  に対して  $p$ -進数の体系が構成される。それらは有理数のつくる空間の局所的な姿を記述していると考えられ、数学の中でも特に数論において重要な役割を果たす。数学のみならず、素粒子物理学の理論などで使われることもある。

ディレクレ指標(Dirichlet character)

ディリクレ(*Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet*)がL関数を定義する際に導入した整数から複素数への関数である。任意の整数  $a$  に対し複素数を対応させる写像で、任意の自然数  $N$  に関して以下を満たす  $\chi$  をディリクレ指標と呼ぶ。

$$a \equiv b \pmod{N} \text{ ならば } \chi(a) = \chi(b)$$

$$\chi(ab) = \chi(a)\chi(b)$$

$$a \text{ と } N \text{ が互いに素でなければ } \chi(a) = 0$$

このディリクレ指標について、

$$L(\chi, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \chi(n)n^{-s}$$

とL関数を定義する。このL関数はオイラー積

$$L(\chi, s) = \prod_p \frac{1}{1 - \chi(p)p^{-s}}$$

をもつ。L関数もゼータ関数と同様、全複素数平面上に解析接続され関数等式をもつ。また、非自明な零点の実部はすべて  $1/2$  であるというリーマン予想と同様な予想が考えられておりこれを一般化されたリーマン予想(Generalized Riemann Hypothesis ; GRH)と呼ぶ。

稠密(dense)

主に次の二つの文脈で用いられる。どちらも直感的にはぎっしり詰まっているということを表している。

稠密集合: 位相空間  $S$  の部分集合  $T$  が、 $S$  において稠密

稠密順序: 順序集合  $S$  が稠密 (順序構造の特徴としての稠密)

被覆(cover)

ある集合がその集合の部分集合の族で覆われるとき、その部分集合の族のことをいう。

完備 (complete)

距離空間  $M$  が完備(complete)であるとは、距離空間  $M$  におけるいかなるコーシー列も  $M$  内の点に収束することである。またこの空間のことを完備距離空間(complete metric space)と呼ぶ。

コンパクト (compact)

集合がコンパクトであるとは、位相空間の部分集合について、その任意の開被覆が有

限部分被覆を持つことである。

#### 類体論(class field theory)

有限体上の曲線の函数体や数体のアーベル拡大について、およびそのようなアーベル拡大に関する数論的性質について研究する、代数的数論の一大分野である。

#### 淡中圏 (Tannakian category)

与えられた体 $K$ に関するある付加的な構造を備えた、ある種のモノイダル圏  $C$ (monoidal category  $C$ )である。そのような圏 $C$ の役割は、 $K$ 上定義された代数群 $G$ の線形表現の圏をおおよそ見積もることにある。

#### 局所大域原理 (Hasse principle)

$$H^1(k, G) \rightarrow \prod_s H^1(k_s, G)$$

ハッセの定理ともいう。有理数係数の不定方程式が有理数の解を持つならば、その有理数は実数または  $p$ -進数と見ることもできるので、その方程式は実数解や  $p$ -進数解を持つ。局所大域原理に言及する文脈では、有理数解を大域解(global solution)、実数解や  $p$ -進数解を局所解 (local solution) と呼ぶ。ただし、定数項のない不定方程式においては、全て0という自明な解を持つので、その場合は非自明な解のみを指すものとする。ある不定方程式が大域解を持つならば、全ての素点で局所解を持つが、その逆も成り立つ場合に「局所大域原理が成り立つ」と表現する。局所大域原理が成り立つかどうかは各々の不定方程式に依存して決まる。例えば、一次の不定方程式は常に大域解を持つので、局所大域原理は自明に成り立つ。したがって、この用語は二次以上の不定方程式に対して非自明な意味を持つ。

#### 正則関数(holomorphic function)

複素解析において、正則関数とは、ガウス平面あるいはリーマン面上のある領域の全ての点で微分可能であるような複素変数複素数値の関数のことである。

#### モジュラー形式 (module form)

モジュール形式は、ある種の函数等式と増加条件を満足する上半面の複素解析的函数である。したがってモジュラー形式論は複素解析に属する理論であるが、歴史的には数論とのつながりにこそその重要性がある。モジュラー形式論は、もっと一般の場合である保型形式論の特別な場合であり、またそれゆえに離散群の豊かな理論のもっとも具体的な部分であると見なされる。

#### モジュラー関数(modular function)

モジュラー関数は、荷重0のモジュラー形式である。これはモジュラー群の作用に関して(所定の変形を受ける代わりに)、不変であることを意味する。それゆえに、直線束の切断としてではなく、モジュラー領域上の函数として理解することができる。

### 楕円曲線 (elliptic curve)

楕円曲線とは楕円(ellipse)のことではない。楕円は二次曲線であり、楕円曲線は三次曲線である。歴史的には、楕円の弧長を求めるために必要な積分が楕円積分と呼ばれ研究されたことから登場した。楕円曲線は、二重周期関数、すなわち複素平面上の関数で格子 $\Omega$ に関して周期的であるような関数のことである。

### 保型関数 (modular function)

一定の変数変換で不変な性質をもつ複素関数のことである。その変数変換の種類に応じて型が決まる。保型関数の定義は；上半平面 $H$ で定義された有理型関数 $f(z)$ が、 $\Gamma_0(N)$ に対して保型性を持つとき、階数(レベル) $N$ の保型関数であるという。すなわち任意の $\gamma \in \Gamma_0(N)$ に対して $f(\gamma z) = f(z)$ を満たす有理型関数 $f(z)$ をレベル $N$ の保型関数という。

### 保型形式 (automorphic form)

数学における一般的な意味での保型形式(automorphic form)は、モジュラー形式論(modular form)における一般には複素多変数の解析関数を拡張するものである。リー群 $G$ の言葉で言えば、モジュラー形式の群 $SL_2(\mathbb{R})$ ,  $PSL_2(\mathbb{R})$  や離散群 $\Gamma \subset G$ をモジュラー群またはその合同部分群に一般化するものである。

別の言い方をすると、保型形式とはモジュラー群の基本領域上の関数であり、かつ、モジュラー群の作用で他の基本領域に移して考えたときの関数値がある規則に従っている関数のことである。

### モジュラー楕円曲線 (Weil curve)

保型関数によってパラメトライズされる楕円曲線のことである。任意の楕円曲線はモジュラーであるというのが谷山・志村・ヴェイユ予想である。

### モジュライ空間(moduli space)

モジュライ空間は、楕円曲線全体の集合に、ある数学的な解釈を入れたもの。

### abc予想 (abc conjecture)

abc予想(Oesterlé–Masser conjectureともいう)は、1985年に *Joseph Oesterlé* と *David Masser* によって提起された数論の予想である。これは多項式に関するメーソン・スーターズの定理の整数における類似であり、互いに素でありかつ  $a + b = c$  を満たすような三つの正の整数(この予想に呼び方を併せると  $a, b, c$ )について述べている。2012年、京都大学望月新一教授がabc予想を証明できたと論文(Inter-universal Teichmüller theory)をweb上に公開した。

### ディオファントス方程式 (Diophantine equation)

ディオファントス方程式とは、整係数多変数高次不定方程式である。文脈として、整数解や有理数解を問題にしたい場合に用いられる用語であり、主に数論の研究課題と

考えられている。

### 種数(genus)

種数とは、数学用語で、分野によって似通っているが微妙に異なる意味を持つ。なお、genus の複数形は genera

### ゲルファント・シロフの定理 (Gelfand-Shilov theorem)

空間と環の対応を明示している結果を指す定理である。 $X$ をコンパクト・ハウスドルフ空間都市、 $C(X)$ を $X$ 上の複素値連続関数全体の環とする。このとき、次が成立する。 $\text{Specm } C(X) \sim (\text{同相}) X$ .

### モデル予想 (ファルティングスの定理 = product theorem)

ゲルト・ファルティングス(*Gerd Faltings*)は、モデル(Mordell)の予想を証明し、さらに一般化した。定理の内容は、種数が2以上の代数曲線は有理点を有限個しかもたないというものである。

### ユニタリ表現 (unitary representation)

ユニタリ表現とは、群 $G$ の各元 $g$ にあるヒルベルト空間 $H(\neq \{0\})$ 上のユニタリ作用素 $U_g$ が対応し、積を保つ(すなわち $U_{gh} = U_g U_h$ である)とき、写像 $U$ を $G$ のユニタリ表現という。 $G$ が位相群のときは $U$ は連続であることを条件とする。 $H$ の閉部分空間で各 $U_g$ で不変なものが $H$ と $\{0\}$ だけであるとき、 $U$ は既約であるという。 $U_t^* x = e^{i \int_0^t \lambda(x) dt} x$ とすれば、 $t \mapsto U_t^* x$ で定義される写像 $U^* x$ は実数の加法群 $R$ の既約ユニタリ表現である。

### 整関数 (integral function)

entire function ともいう。複素数 $z$ の複素関数 $f(z)$ が $|z| < \infty$ なるすべての $z$ において正則(regular)なとき、 $f(z)$ を整関数という。整関数は原点を中心とする収束半(convergence radius)無限大のべき級数(power series)  $\sum a_n z^n$  に展開される。一部の参考書で、整式(=多項式)を整関数と呼ぶのは誤り。

### Sard の定理 (Sard's theorem)

ユークリッド空間(または多様体)から他のユークリッド空間(または多様体)への滑らかな関数 $f$ について、 $f$ の臨界点全体の $f$ による像は、ルベグ測度が0である(つまり零集合である)ルベグ測度が0であるとは、そのような点がほとんどないということである。

### Bertini の定理 (Bertini's theorem)

非特異代数多様体 (non-singular algebraic variety)上の因子(divisor)の1次系(linear system)の一般の(generic)因子は、この次系の底集合以外では非特異(non-singular)であ

る。例えば射影空間(projective space)内の非特異部分多様体と一般の超平面(hyperplane)との共通部分はまた非特異である。

*C. Kusaφyca* (S. Kusafusa)

2013/12/27

ISBN 978-4-99053239-3-0

iMetrics Academy Press

Copyright © 2011-2016 iMetrics Academy Press all rights reserved