

9次元

アインシュタイン方程式には次元の制約はない

物理法則に次元が決まるのは前代未聞

最新の超弦理論 9次元 + 時間 = 10次元

かつてのひも理論では 25次元

数学的には24次元が美しい

M理論では11次元だ

基本は9次元+1次元(時間)=10次元

6余剰次元=9次元-3次元

ということで、なぜ余剰次元が現れるのかひも理論から説明してみよう

光子には質量がない

量子ゆらぎのエネルギーはゼロではない

ゆれる方向は、空間の次元をDとすると、

$(D-1) \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots)$

光子全体のエネルギー (=光子エネルギー + 最低エネルギー)は、

$2 + (D-1) \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots)$ に比例する

ここで、 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots = -1/12$ から、

光子エネルギー = $2 - (D - 1) / 12 = 0$

それゆえ、 $D = 25$

では、超弦理論ではどうなるのか!!

光子エネルギー は、普通の空間でD次元の方向に振動するほかに、超空間でグラスマン数の座標の方向へも振動するため3倍の

$2 - (D - 1) / 12 \times 3 = 2 - (D - 1) / 4 = 0$ となる

これから、 $D = 9$ となる.

q.e.d

//////

グラスマン代数は外積代数とも呼ばれ、平たくいえばベクトルの外積を抽象化したものです。

ベクトルの外積は、簡単に言うと右ねじの原理です。

右ねじは右に回すとねじが引っ込み、左に回すとねじがゆるんで上がってきます。

たとえば簡単のために、 \mathbf{a} をX軸方向（横方向）に長さ1のベクトル、

\mathbf{b} をY軸方向（縦方向）に長さ1のベクトルを考えてみます。

\mathbf{a} を \mathbf{b} の方向に \mathbf{b} に重なるように回します。

つまり90度だけ反時計回りに回すということです。

この時のねじの進んだ方向（この場合は上方向）のベクトルを \mathbf{a} と \mathbf{b} の外積といい、

$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ で表します。

$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ はねじがゆるんで上がってくる方向ですが、

$\mathbf{b} \times \mathbf{a}$ は \mathbf{b} の位置から \mathbf{a} の方向へ回すので、時計回り。

つまりねじが締まって引っ込みます。

向きが正反対なので、 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$ です。

もう少し一般的に書くと、次のようになります。

\mathbf{a} と \mathbf{b} を平面上の2つのベクトルとし、 \mathbf{a} と \mathbf{b} のなす角を θ とします。

この時、ベクトルの外積 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ を次のように定義します。

【定義】 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ とは、

\mathbf{a} を \mathbf{b} の方向に \mathbf{b} に重なるように回した時の、ねじの進む方向を示すベクトル。

その長さを $|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cdot \sin\theta$ とする。

$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$ の式で $\mathbf{b} = \mathbf{a}$ とおくと、 $\mathbf{a} \times \mathbf{a} = -\mathbf{a} \times \mathbf{a}$ となるので、 $\mathbf{a} \times \mathbf{a} = \mathbf{0}$ 。

（マイナスを取っても等しいのはゼロしかないということです。）