Embedding and Immersion

Consider the difference between "embedding" and "immersion" of similar mathematical terms. In English-Japanese dictionary, ‘Umekomi’ as embedding means of hidden or unified. On the other side, ‘Hamekomi’ as immersion means of like inserting, fitting, or immersed in the water. However, in the English-English dictionary, embed: deeply into something else, or to be put into something in this way. Also immersion: the fact of being completely involved in something you are doing.

By the way, in meteorology it is used as hidden clouds, such as embedded CB.
For industrial ICs, it is used in embedded systems, such as built-in software. In general conversation, the meaning of embedded is putting it in a state of being unable to return to the original again, it becomes a hidden state. Looking for mathematical synonyms, we can assume the assimilation of spaces and equivalence. In large and small dimensions, the large dimension can swallow small, but small couldn’t hide big. The dimension that can be felt in our everyday life is till three dimensions, however it is said, The world of elementary particles is made of more than nine dimensions. People just cannot see the extra dimensions in everyday life.

As for immersion, like a LEGO block or a jigsaw puzzle, a fixed shape of a convexity is applied to a concave shape of a certain shape, but it can also be restored. When searching for synonyms, is it an interruption of space?

In immersion, there is a parity problem, the normal is the key, the tangent bundle, the layer, the cusp is the key. Immersion is more rich in topics mathematically.

After all, Umekomi and Hamekomi as mathematical terminology in Japanese are not good enough. That kind of translation does not befit mathematical terms. Someone probably first locked on them as dwarf usage. Rather, technical terms should be used in the original language.

Definition **:**
The **Kodaira embedding theorem**

When there is a Kähler form in which the cohomology belongs to the free part of $H^2(X, Z)$ in the compact complex manifold X, X can be embedded in an appropriate complex projection space P_c^n in a bivarious manner.

The description mentioned below are referred from Wikipedia.
This theorem characterises non-singular projective varieties, over the complex numbers, amongst compact Kähler manifolds. In effect it says precisely which complex manifolds are defined by homogeneous polynomials.
Kunihiko Kodaira's result is that for a compact Kähler manifold *M*, with a **Hodge metric**, meaning that the cohomology class in degree 2 defined by the Kähler form ω is an *integral* cohomology class, there is a complex-analytic embedding of *M* into complex projective space of some high enough dimension *N*. The fact that *M* embeds as an algebraic variety follows from its compactness by Chow's theorem. A Kähler manifold with a Hodge metric is occasionally called a **Hodge manifold**, so Kodaira's results states that Hodge manifolds are projective. The converse that projective manifolds are Hodge manifolds is more elementary and was already known.

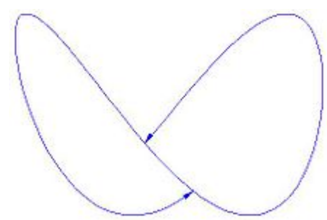
Embedding is one instance of some mathematical structure contained within another instance, such as a group that is a subgroup.

Immersion is a differentiable function between differentiable manifolds whose derivative is everywhere injective.

Explicitly, $f : M \to N$ is an immersion if $D_p f : T_p M \to T_{f(p)} N$ is an injective function at every point p of M (where TpX denotes the tangent space of a manifold X at a point p in X). Equivalently, f is an immersion if its derivative has constant rank equal to the dimension of M: rank $D_p f = \dim M$.

The function f itself need not be injective, only its derivative.

A related concept is that of an embedding. A smooth embedding is an injective immersion $f : M \to N$ that is also a topological embedding, so that M is diffeomorphic ito its image in N. An immersion is precisely a local embedding – i.e., for any point $x \in M$ there is a neighbourhood, $U \subset M$, of x such that $f : U \to N$ is an embedding, and conversely a local embedding is an immersion. For infinite dimensional manifolds, this is sometimes taken to be the definition of an immersion.



An injectively immersed submanifold that is not an embedding.

If M is compact, an injective immersion is an embedding, but if M is not compact then injective immersions need not be embeddings; compare to continuous bijections versus homeomorphisms.

submersion is a differentiable map between differentiable manifolds whose differential is everywhere surjective. This is a basic concept in differential topology. The notion of a submersion is dual to the notion of an immersion.

埋め込み と はめ込み

似たような数学用語の「埋め込み」と「はめ込み」の違いを考える。英和辞典では、埋め込みは embedded、はめ込みは immersion 浸す、とある。英英辞典では、embed : deeply into something else, or to be put into something in this way、immersion : the fact of being completely involved in something you are doing. 因みに、気象学ではエンベデッド CB など、隠れた積乱雲という意味で使われている。産業用のICでは、エンベデッド システムなどと、組み込みソフトで使われている。一般語での使い分けでは、埋め込むというと元に戻れない状態にする、隠れた状態にするということでしょう。数学的な類語を探すと、空間の同化、同値といったところが考えられる。次元の大小では、大は小を飲み込むが、小は大を隠せない。
私たちの日常生活で感じることができる次元は3次元だが、素粒子の世界は9次元、それ以上に広がっている。人は余剰次元を見ることはできないだけだ。

はめ込みというと、レゴブロックやジグソーパズルのように、決まった形の凹みに決まった形の凸を当てはめるが、元にも戻せる。類語を探すと、空間の割り込みか。はめ込みでは、パリティ問題がある、法線がキーになる、接バンドル、層、尖点がキーになる。数学的には、はめ込みの方が話題が豊かだ。

数学用語として、埋め込みも、はめ込みも、和訳として相応しいとはいえない。
そのような翻訳は専門用語にならない。だれかが、最初に意味を矮小化して翻訳し、それをロックオンしてしまったんだろう。むしろ、専門用語は、外来語として、元の言語で使用したほうがましだ。

小平の埋め込み定理
コンパクト複素多様体 X にそのコホモロジー類が$H^2(X, Z)$の自由部分に属するようなKähler形式があるとき、Xは適当な複素射影空間P_c^n内に双正則に埋め込むことができる。

この定理は、コンパクトなケーラー多様体の中で複素数体上の非特異射影多様体を特徴付ける。
要は、小平の埋め込み定理は、どのような複素多様体が斉次多項式により定義されるのかをいう。
小平邦彦の結果は、**ホッジ計量**を持つコンパクトケーラー多様体 *M* は、ある十分に大きい次元 *N* の複素射影空間の中へ複素解析的に埋め込む事ができるという定理である。
ここに、ホッジ計量を持つとは、ケーラー形式 ω により定義される 2 次のコホモロジー類が**整係数**コホモロジーであることを意味する。

M が代数多様体として埋め込まれるという事実は、周の定理によりコンパクト性から従う。ホッジ計量を持つケーラー多様体は、**ホッジ多様体**と呼ばれることもある。
従って、小平の結果は、ホッジ多様体は射影的であると述べている。逆に射影多様体がホッジ多様体であることが以前から知られていた。

埋め込みとは、数学的構造間の構造を保つような単射のことである。

はめ込み(immersion)は可微分多様体の間の可微分写像であって微分がいたるところ単射であるもののことである。明示的には，$f: M \to N$ がはめ込みであるとは、 $D_pf:T_pM \to T_{f(p)}N.$ が*M* のすべての点 *p* において単射関数であることをいう。ここで *TpX* は多様体 *X* の点 *p* における**接空間**を表す。同じことであるが、*f* がはめ込みであるとは，その微分が *M* の次元に等しい定数階数を持つことである。

沈め込み (submersion) とは、可微分多様体間の可微分写像であって微分がいたるところ全射であるもののことである。これは微分トポロジーにおいて基本的な概念である。沈め込みの概念ははめ込みの概念の**双対**である。