

How do you feel? I'll let you complete 3 x 3 Rubik's cube.

- Solving Rubik's cube using permutation group theory mathematically -

I'll let you know the typical solving of Rubik's cube which is called **LBL**(tier) method.

Start with making a white cross with 4 white edge-pieces called **dihedral** adjacent to the white fixed piece called identify permutation. Let the white immobile piece be the basis traditionally. After that, put 4 corner-pieces (called **trihedral**) to right corner position as rotating 90 degrees by n-times, then align lateral with the same color on the 1st tier.

The next is the 2nd tier.

Turn over the cube, and put the white face to bottom, make yellow fixed piece top. Align four corner pieces of second layer by using permutation group method.

Focus on 3 pieces to commutate each other.

Commutator must be more 3 pieces. it is the same as the 15-slide puzzle.

First, put the same colored edge (a) above the same colored fixed piece, then commutate with beside edge (b) of fixed piece using commutative macro **A** or **A'** consists of 8 steps. (those are mirror symmetry.)

The rotate shifted edge moves on to upper edge position (c) located the opposite to the first edge. This macro rotates 3 edges as $a \rightarrow b$, $b \rightarrow c$, $c \rightarrow a$. (it is due to permutation group theory.) Up to here, you completed up to 2/3 tiers.

Now you can try to complete the last tier.

As the same as the first tier, you have to make the cross first using **B** commutative macro consists of 6 steps. (Ignore corner pieces.)

Well, you have to gather the same colored (yellow) pieces using macros such as **C**, **C'**, **D**, **E** repeatedly.

Finally, align corners and edges to right position respectively using **PLL** method on the 3 tier.

You probably noticed that the all operations of 3 x 3 cube are made with even steps.

Сейджиро Кусафуса

S. Kusafusa

Solving Rubik's Cube with Permutation group theory imetrics.co.jp/mathematics/RubiksCube.pdf

LBL : Layer by layer
PLL : Permutation the last layer

3×3 キューブの完成させよう！

階層ごとに揃えていくルービックキューブの数学的な解法を紹介する。

慣習的に白の固定ピース(1面体、恒等置換と呼ぶ)を基底とする。

白の固定ピースに隣接する4つの白いエッジピース(2面体と呼ぶ)で白い十字を作ることから始める。

移動させたいコーナーピース(3面体と呼ぶ)を90°単位で回転させながら正しい位置に配置し、第1層側面を同じ色で揃えていく。

第2層目では、上下を逆さまにし白い面を下にする。(トップの面には黄色の固定ピースがくる)

置換群の理論を使い、第2層のコーナーピースを入れ替えていく。

互換のために3つのピースに焦点を当てる。(交換子には3個以上必要、それは15パズルと同じ)

まず、同色の固定ピースの上に同じ色のエッジ(a)を置き、交換マクロ A または A' を使用して固定ピースのエッジ(b)の横に整列させる。(これらは鏡面对称)

このマクロは、 $a \rightarrow b$ 、 $b \rightarrow c$ 、 $c \rightarrow a$ というふうに、3つのエッジを回転させる。

置換で押し出されたエッジは、第1のエッジの反対側に位置する上方エッジの位置(c)に移動する。

ここまでで、3層中2層までを完了した。

第3層では、最初の層と同じように、 B を使って十字形を最初に作る必要がある。そのマクロは6つのステップで構成されている。(ここでは、コーナーのピースは無視しておく)

さて、 C 、 C' 、 D 、 E などのマクロを繰り返し使い、同色(黄色の)ピースを上面に向けて集める。

最後に、3層のPLL法を使用して、コーナーとエッジをそれぞれ正しい再配置する。

最後に置換すべきピースが2個残ったとすると、パリティエラーを起こしている。

いくつかのピースが元々正しい位置になく、このキューブは揃うことはない。

君は恐らく気づいただろう。3×3キューブでは、すべての操作が偶数のステップでできている。

草房誠二郎 (くさふさせいじろう)

置換群で解くルービックキューブ imetrics.co.jp/mathematics/RubiksCube.pdf

LBL : 3層別積み上げ法、Layer by layer

PLL : 3層目置換法、Permutation the last layer